VÁLYI GYULA MATEMATIKA KÖR -V. osztály-

~ Tizedes törtek ~ 2018.03.23

1. Adott az $x = 0{,}1011011101111\ldots$ tizedes tört. Számítsátok ki az első 2 012 tizedes összegét. *(Vasile Scurtu, Beszterce, Gazeta Matematică, 6-7-8/2011)*

2. Számítsátok ki a következő összeget: $S = 0{,}1 + 2{,}3 + \ldots + 6{,}7 + 8{,}9 + 10{,}11 + 12{,}13 + \ldots + 98{,}99 + 100{,}101 + \ldots + 998{,}999 + 1\,000{,}1001 + \ldots + 2\,012{,}2013$.

3. Adott a következő szám $A = \overline{0,ab} + \overline{0,bc} + \overline{0,ca}$, ahol a, b, c egymástól és nullától különböző számok.

a) Számítsátok ki az A szám minimális és maximális értékét.

b) Határozzátok meg azt a legkisebb nem nulla, $n \in \mathbb{N}$ számot amelyikre $n \cdot A \in \mathbb{N}$ és $a + b + c = 20$.

c) Hány nullától különböző természetes (m, n) számpár rendelkezik azzal a tulajdonsággal, hogy $(m + n) \cdot A \in \mathbb{N}$, ahol $m \leq 10$ és $n \leq 10$? *(„Pitagora" verseny, Rm. Vâlcea, 2010)*

4. Adott a következő varázsnégyzet:

$\overline{0,a}$	$\overline{0,b}$	0,8
1	$\overline{0,c}$	$\overline{0,d}$
0,2	$\overline{0,e}$	0,7

A számok összege mindegyik sor, oszlop és átló mentén azonos. Határozzátok meg az a, b, c, d, e számokat.

5. Igazoljuk, hogy az x szám egy teljes négyzet, tudva, hogy eleget tesz a következő összefüggésnek:

$0{,}1 \cdot x + 0{,}3 \cdot x + 0{,}5 \cdot x + \ldots + 29{,}9 \cdot x = 9\,000.$ *(H.M.O., Constanța, 2010)*

6. Bizonyítsátok be, hogy $0{,}03 < \dfrac{\overline{a,(bc)}}{\overline{abc}} + \dfrac{\overline{b,(ca)}}{\overline{bca}} + \dfrac{\overline{c,(ab)}}{\overline{cab}} < 0{,}(03)$, ahol $a \neq b \neq c \neq 0$. *(M.M.O., Prahova, 2009)*

7. Határozzátok meg az x számjegyet, amely eleget tesz az $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{\overline{0,(x)}} + \dfrac{1}{\overline{0,0(x)}} \in \mathbb{N}$ összefüggésnek. *(„Cristian C. Calude" verseny, Galați, 2009)*

8. Oldjátok meg az egyenletet $x,(y) + y,(z) + z,(x) = 6,(6)$, ahol $x > y > z$. *(„Euclid" verseny, Pitești, 2009)*

9. Határozzátok meg az a számjegyet, tudva, hogy $\overline{0,1(a)} + \overline{0,(a)} + \overline{0,a(1)}$ természetes szám. *(H.M.O., Hunyad, 2008)*

10. Legyen $S = \dfrac{1,(1)}{1,(1) \cdot 2,(2)} + \dfrac{1,(1)}{2,(2) \cdot 3,(3)} + \ldots + \dfrac{1,(1)}{7,(7) \cdot 8,(8)}$. Mutassátok ki, hogy $80 \cdot S$ osztható 7-tel. *(H.M.O., Tulcea, 2008)*

11. Határozzátok meg az x, y, z, számjegyeket, tudva, hogy $x < y < z$ és

$$\overline{x,(yz)} + \overline{y,(zx)} + \overline{z,(xy)} = x + y + z + 1.$$

(Anca Mihis, Baia Mare, Gazeta Matematică, 2/2012)

12. Határozzátok meg $a, n \in \mathbb{N}^*$, tudva, hogy $\dfrac{12n+9}{5} = \overline{a,a}$. *(M.M.O., Vaslui, 2009)*

13. Adjátok össze az összes $\overline{0,(abc)}$ alakú szakaszos tizedes törtet, ahol $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ különböző számjegyek. Határozzátok meg az összeg 2009.-ik tizedes számjegyét. *(M.M.O., Vâlcea, 2009)*

14. Mutassátok ki, hogy $\dfrac{1,(8) + 2,(7) + 3,(6) + \ldots + 8,(1)}{1,2(3) + 2,3(4) + \ldots + 6,7(8) + 7,8(1) + 8,1(2)}$ természetes szám. *(„Jose Marti" verseny, Bukarest, 2009)*

15. Adott az $x = \overline{0,34(abc)}$ tizedes tört. Tudva, hogy a 2006.-ik tizedes számjegye 8, a 2007.-ik számjegye 5, míg a 2005.-ik tizedes számjegye 9, határozzátok meg az x-et.